

UCPC 2019 온라인 예선 풀이

2019년 7월 27일

A. 수학은 체육과목 입니다 2

- 제출 290회, 정답 243팀 (정답률 83.79%)
- 처음 푼 팀: 화석 (삼엽충, 암모나이트, 실러캔스), 1분
- 출제자: tncks0121

A. 수학은 체육과목 입니다 2

이것이 진짜이다
풀서비스

고3(7월) 학력평가 NEW

고2(6월) 학력평가

고1(6월) 학력평가

2019년 시험일정출제범위 NEW

자녀수능해킹보기

기술문제 다운로드

EBS 연계 내역 분석

2020학년도 연간 커리큘럼

꿈이 열린다.
행복을 누리다.
전주대학교

2007년 6월 고1 학력평가 풀서비스

모의고사 기술문제로 수능을 대비하자!

2007년 6월 고1 학력평가 풀서비스

시행일 : 6월 19일 (인천교육실 주관)

출장 다운로드 시험/재평가 성적분석 우리끼리속삭임

정답 다운로드

문제지/정답지 다운로드

- 문제지와 정답지는 시행종료 후 순차적으로 오픈 할 예정입니다.
- 파일을 다운로드 받으시려면 마우스 오른쪽 버튼을 클릭 후 대상을 저장해주세요.
- 제공되는 문제지/정답지는 A3 사이즈입니다. 인쇄하실 때 용지크기를 A4로 설정하시면 A4 사이즈로 인쇄 하실 수 있습니다.

한글2005 PDF MP3 문제지 해설지

한글 2005 보실 수 있으며 한글2002도 보실 경우 가능합니다. 2005버이 설치하기 2002버이 설치하기

2007학년도 고1 6월 전국연합학력평가(인천교육실) 정답 및 해설지

언어-문학수 : 50(듣기-5문항) 외국어(영어)-문학수 : 50

문제지 듣기 • 듣기 • 문제지 듣기 • 듣기

A. 수학은 체육과목입니다 2

EB51 | 지난수능/책답보기

2007'학_06월_1CD'학_Ans' * k C X +

www.ebsi.co.kr/old/full(IR30701/01exam/20070613/h1_ans.pdf

2007'학_06월_1CD'학_Ans' * k C'학'Ans1.pdf by HumanTalk, Inc. 1 / 16

2007학년도 6월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

언어 영역

정답

1	2	3	4	5
27	28	29	30	31
32	33	34	35	36
37	38	39	40	41
42	43	44	45	46
47	48	49	50	

듣기해분 및 해설

<1번> 이희 철학이후의 손자의 태학을 물려 주었
니다. 잘 듣고 풀이해 답하십시오.

손자 : 말이지요, 양녕에게요.

양녕에게 : 오호, 그래. 잘 지났나?

손자 : 예, 말이지요. 말이지요, 정말 재미 하던
대 여섯요.

양녕에게 : 정말 재미? 어디 보세. 그래, 그림 고
놓은 <우경산경>에 걸쳐 있는 새끼를 풀려주
라. 잘 풀이해.

명부 : 그림이들 풀려지는데 재미가 있었더니,
그 새끼를 그림이 두 마리쯤 거두고 있었어.
그중 한 마리는 낚는걸 잘못 싸고, 달반달 돌
아다려서 귀를 잘랐던거, 주인은 그림 모르고,
제구실도 못하는 그림이라고 여겼었다. 그림이

이희 주인이 보기 않는 말이 풀려 있을 만한 다른
그림이 있는 주인은 낚는 새끼를 풀고 있다. 주
인은 자신이 낚은 새끼를 거두고 이 그림이거
들도 있는 그림이라고 판단하고 있다. 그러나 실
상은 그의 반대였다. 결국 주인은 낚는 새끼로 드
리남 모실만 거두고 그림이를 풀거렸고, 그 해를
내 놓랑한 결과를 맞이하게 되었다. 따라서 정답
은 손자이다.

<2번> 이번에는 우희와 남동생의 태학을 물려 주
었다. 잘 듣고 풀이해 답하십시오.

우희 : 형아, 신회에서 화장하기시절에 대한
기사 읽어 봤나?

남동생 : 아니, 화장하기시절이?
우희 : 화장하기시절이란 지구 환경에 대한 문제
결론 기사를 보는 새끼감을 시작으로 표지면
가까서, 지구 환경이 얼마나 나빠졌는가를 생
각적으로 표지면 새끼지. 2002년부터 환경전문
기를 대상으로 실물을 실시하여 그 성과를 별
교과로 있는데, 우리나라에서는 환경새끼가 그
일을 담당하고 있지.

남동생 : 그래? 그렇지 어떻게 편지를 시라도
표지면?

우희 : 음, 어떻게 알지. 화장하기시절에는 0이부터
12이까지 표지면 주 있는데, 저 시라도 열로도
주 없을 줄이고, 적어도 열 줄 정도 있지. 12이까지
짜리 맞추어 붙여지기에 대한 새끼감을 절할 새끼는
저도 거꾸로 맞추어 새끼감을 붙여지는데, 지
적 새끼감을 보면 공재지 12이까지 거꾸로하고
있는 상황이라.

남동생 : 그렇구나. 그럼 화장하기시절에 지구
환경 시험?

우희 : 새끼 그림을 잘 봐. 1982년의 새끼 환경
위기사건은 7기 4환이었어. 그러니까 2002년

2. [출제의도] 상황을 읽고 내용을 계속해서 보 내세요.

화장하기시절에 대한 설명을 읽고, 이를 상황
개요하는 문제이다. 2002년, 2003년, 2004년 세계
환경위기사건을 기준으로 'A'국가의 환경위기사
건을 통해 할 수 있다. 'A'국가는 2002년 세계 환경위
기사건이 세계 제일이었다. 앞으로 해로도 100정도 된
는 것이야. 정말하고, 2003년에는 기후변화
로 이어졌다고 해로도 100정도 있던 새끼는 시
기기에 해당했다. 따라서 정답은 B입니다.

<3번> 이번에는 우희의 일부를 물려 주었다.
잘 듣고 풀이해 답하십시오.

평지에게는 달음쟁이가 많
게는, 사냥터의 새끼를 번출시키었다. 평
지는 평지 한 달아는 새끼가 나온 것일뿐이다. 평지는
기뻐한다. 이름이 다른데 그 중에서 평지는 이
름이 전국적으로 통용되고 있습니다.
평지는 우희는 평지는 필요로 평지해 여러 이
양분하고, 그 우희는 새로운 것으로는 평지는, 개
지 새끼, 평지는 통지 되었습니다. 평지는 개지 새
지 새끼 눈은 모양이 평지 평지 새끼는 두구인 말로
만능화해 생장하고 새끼 평지 새끼를, 평지
을 환경기 기공으로, 사냥터들을 환경기 기공으로, 평
지해 많은 것일뿐이다. 평지는는 평지 평지
하고도 새끼는 평지의 새끼 평지는 평지하고
저 새끼 평지는 모두 환경기 기공으로, 평지는는
평지입니다. 이 새끼는 평지는를 다 될 수는 경
구지일 새끼 새끼의 구별 없이 놀릴 수 있다는 평
지에서 환경기 기공으로 평지입니다. 평지는는 평
지는는 평지가 이신신신신 새끼의 새끼의 기공 고
이제 요해해 놀릴 수 있지 않습니다. 평지
새끼 평지는 놀릴 새끼고 새끼 평지는하고 새끼

⏪ ⏩ ⏮ ⏭ ⏯ ⏸ ⏹

UCPC 2019 온라인 예선 풀이

A. 수학은 체육과목 입니다 2

고 1

19. [출제의도] 정수의 규칙을 이해하여 실생활 문제 해결하기

8로 나누어 나머지가 1 이면 엄지

8로 나누어 나머지가 0, 2 이면 검지

8로 나누어 나머지가 3, 7 이면 중지

8로 나누어 나머지가 4, 6 이면 약지

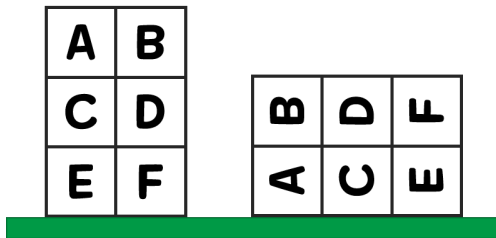
8로 나누어 나머지가 5 이면 새끼손가락

\therefore 1000은 8로 나누어 떨어지므로 검지

B. 우유가 넘어지면?

- 제출 346회, 정답 229팀 (정답률 66.18%)
- 처음 푼 팀: 🐟 (박수현, 이준석, 박건), 5분
- 출제자: doju

B. 우유가 넘어지면?



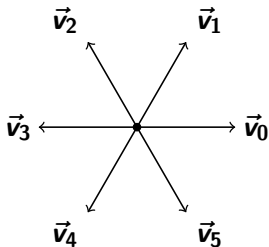
- 배열을 돌리면서 글자도 같이 돌려야 합니다.
- 두 예제에 가능한 모든 글자가 들어 있습니다.

I. 육각형 격자 위의 개미

- 제출 267회, 정답 88팀 (정답률 32.96%)
- 처음 푼 팀: Cafe Mountain (조승현, 박상수, 시제연), 16분
- 출제자: kriii

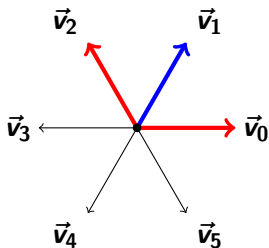
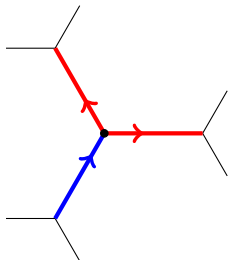
I. 육각형 격자 위의 개미

- 육각형 한 변의 길이를 1로, 시작점의 좌표를 (0,0)으로 보면, 개미의 이동을 다음의 여섯 벡터로 나타낼 수 있습니다.



- 원문과는 다르게 90도 돌려 \vec{v}_0 을 첫 이동으로 봅니다.
- $\vec{v}_i = (\cos \frac{2\pi i}{6}, \sin \frac{2\pi i}{6})$ 입니다.

I. 육각형 격자 위의 개미



- \vec{v}_i 로 이동을 했을 때, 다음 이동은 $\vec{v}_{(i+1) \bmod 6}$ 이거나 $\vec{v}_{(i-1) \bmod 6}$ 입니다.

I. 육각형 격자 위의 개미

- $N \leq 22$ 이므로, 백트래킹을 통해 개미가 실제로 이동한 좌표를 저장하며 이동합니다.
- 그러다 이전에 이동한 좌표로 돌아 왔을 때 탐색을 중단하고, 그것이 N 번째 이동인 개수를 세면 됩니다.
- 그러므로 $O(N \cdot 2^N)$ 의 시간에 문제를 해결할 수 있습니다.
- 물론 실수를 사용하지 않는 방법도 있어서, $O(2^N)$ 의 시간 혹은 다항 시간에 문제를 해결 가능합니다. \vec{v}_i 와 \vec{v}_{i+3} 이 서로를 상쇄한다는 점을 이용하거나 육각형을 직사각형으로 찌그리면 됩니다. 설명은 생략합니다.

J. 이사

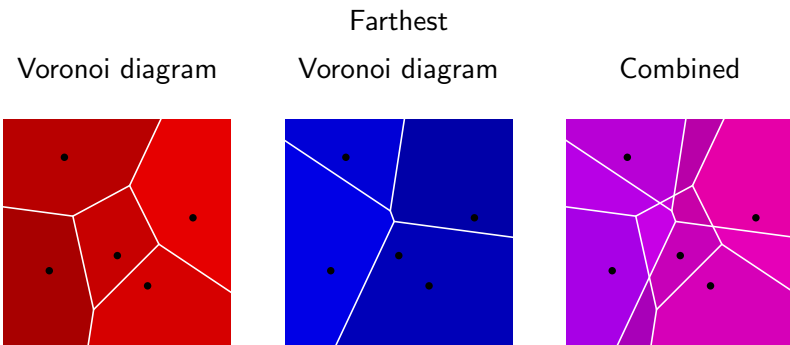
- 제출 136회, 정답 62팀 (정답률 45.59%)
- 처음 푼 팀: Cafe Mountain (조승현, 박상수, 시제연), 8분
- 출제자: kriii, functionx

J. 이사

- 가장 가까운 거리와 가장 먼 거리의 평균이란 말장난이며, 결국 둘의 합을 최소화 하는 문제입니다.
- 문제를 쉽게 보기 위해 평면위에서 어떤 점이 가장 가까이 혹은 멀리 있는지 영역으로 구분합니다.
- N 이 작아서 반평면의 교집합을 구해 $O(N^2 \lg N)$ 의 시간에 구분 가능합니다.

J. 이사

- 이런 구분된 영역을 (Farthest) Voronoi diagram이라고 합니다.
- Voronoi diagram과 Farthest Voronoi diagram의 교집합으로 생기는 $O(N^2)$ 개의 영역 각각에 대해 문제를 해결하면 됩니다.

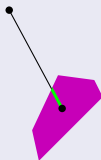


J. 이사

- 이제 거리의 합을 구하는 두 점이 고정되어 있습니다.
- 두 점과 거리의 합이 일정한 점들의 집합은 “타원”입니다.
- 거리의 합이 커질수록 타원은 점점 더 커져서 영역에 접하게 됩니다.
- 그래서 다음과 같은 세 가지 경우가 있습니다.

Case 1: 두 점을 잇는 선분과 영역이 교차

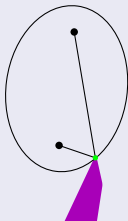
교차하는 점 중 하나가 최적의 위치가 됩니다.



Case 2: 타원과 영역의 꼭지점이 접함

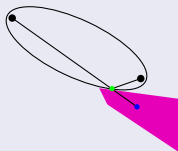
접하는 점이 최적의 위치가 됩니다.

귀찮으므로 모든 꼭지점을 답의 후보로 보면 됩니다.



Case 3: 타원과 영역의 변이 접함

다르게 보면 접하는 변에 한 점을 대칭시켜 만든 선분과의 교점이 최적의 위치가 됩니다.



- 가능한 답의 후보 $O(N^2)$ 개를 $O(N^2 \lg N)$ 의 시간에 보는 것으로 문제를 해결했습니다. 이것이 본래 출제 의도입니다.
- 하지만 다른 출제자 f에 의해 답의 후보를 N 개로 줄일 수 있고, 그 후보는 입력된 점의 좌표 N 개라는 것이 증명되었습니다.

J. 이사

- 답이 되는 점 A 에 가장 가까운 점을 S , 가장 먼 점을 F , S 에 가장 먼 점을 F' 라고 합시다. $\overline{AS} + \overline{AF}$ 가 최소인 것입니다.
- $\overline{AF} \geq \overline{AF'}$ 이므로, $\overline{AS} + \overline{AF} \geq \overline{AS} + \overline{AF'}$ 입니다.
- ASF' 를 삼각형으로 볼 때, $\overline{AS} + \overline{AF'} \geq \overline{SF'}$ 입니다.
- S 에서 가장 가까운 점은 S 이므로 $\overline{AS} + \overline{AF} \geq \overline{SS} + \overline{SF'}$ 가 되어, S 는 가능한 A 중 하나가 됩니다.

- 그러므로, 입력된 점의 좌표 N 개 점 중에서 가장 먼 점까지의 거리가 최소가 되는 점이 답이 됩니다.
- 나이브하게 $O(N^2)$ 의 시간에 해결하거나 Farthest Voronoi diagram을 빠르게 구해서 문제를 오버킬 할 수 있습니다.
- 기하 연습문제를 만들고 싶었지만 결국 바꾸지 않고 그대로 출제했습니다.

F. 공교육 도박

- 제출 69회, 정답 52팀 (정답률 75.36%)
- 처음 푼 팀: 투니버스 (운전사, 니, 니), 9분
- 출제자: functionx

F. 공교육 도박

게임 도중 상태

- 지금까지 던진 주사위의 눈 (최근 3개 말고는 알 필요 없음)
- 주사위를 더 던질 수 있는 횟수

DP 정의

$DP[D1, D2, D3, N]$

- $D1, D2, D3$: 최근 세 번의 주사위의 눈 (최근에 던진 게 $D1$)
- N : 주사위를 더 던질 수 있는 횟수

F. 공교육 도박

DP 점화식

- 게임을 끝내면 $\max(\text{score}(D1, D2, D3))$
- 주사위를 더 던지면 $\frac{1}{6} \sum_{D=1}^6 DP[D, D1, D2, N - 1]$
- 둘 중에서 최댓값 선택

실제 정답

- 주사위를 세 번 던지기 전 상태는 DP로 표현 불가능
- $ans = \frac{1}{6^3} \sum_{D1, D2, D3} DP[D1, D2, D3]$

F. 공교육 도박

score 계산

- if문을 열심히 사용해서 계산하면 됨
- boj.kr/2480을 일단 풀자

실수 오차

- $\max(S, \text{avg}(a, b, c, d, e, f))$ 의 최대 오차는 $\text{avg}(|\delta a|, |\delta b|, |\delta c|, |\delta d|, |\delta e|, |\delta f|) + \alpha$ (α 는 덧셈/나눗셈 오차)
- 오차는 최대 αN 이므로 10^{-6} 으로 충분

D. 별다줄

- 제출 258회, 정답 49팀 (정답률 18.99%)
- 처음 푼 팀: 화석 (삼엽충, 암모나이트, 실러캔스), 12분
- 출제자: moonrabbit2

D. 별다줄

- $DP_i = T_i$ 까지를 분할했을 때 경우의 수
- DP_i 를 빠르게 계산하려면 구간을 접두사로 가지는 단어의 개수를 빠르게 알아야 합니다.

D. 별다줄

- 가능한 접두사를 미리 저장해 놓았다면, 해싱을 통해서 빠르게 찾아낼 수 있습니다.
- `std::set`을 사용하는 방법 등 한번 찾는 데에 $O(\log N)$ 이 필요한 경우 느낄 수 있습니다.

D. 별다줄

- 구간의 시작점을 고정한다면, DP_{i-1} 를 계산할 때 접두사가 불일치한 단어들은 구간 뒤에 T_i 을 붙여도 불일치합니다.
- 그러므로 i 가 증가하면서 각 구간의 시작점마다 가능한 단어의 후보가 점점 줄어듭니다.

D. 별다줄

- 구간에 T_i 를 붙이는 것은 트라이에서 T_i 방향 정점으로 이동하는 것과 같습니다.
- 미리 트라이의 각 정점마다 해당 정점까지 접두사가 일치하는 단어의 수를 저장해놓으면 그 후 단어의 개수는 $O(1)$ 에 구할 수 있습니다.
- 트라이에서 이동하는 것은 각 시작점마다 $O(1)$ 에 가능합니다.

C. 대회

- 제출 105회, 정답 17팀 (정답률 16.19%)
- 처음 푼 팀: Cafe Mountain (조승현, 박상수, 시제연), 34분
- 출제자: functionx

C. 대회

형섭이의 전략

- 알려진 그리디 알고리즘을 사용합니다.
- 참가할 수 있는 대회 중에서 가장 종료 일자가 빠른 대회를 반복해서 선택합니다.

막을 수 있는 대회

- $K - 1$ 명이 참가하는 대회를 막았다라고 표현합니다.
- 몇 개의 막을 대회를 선택했을 때 $K - 1$ 명이 막을 수 있을 필요충분조건은 K 개 이상의 대회가 같은 일자를 포함하는 경우가 없음입니다.

C. 대회

$K - 1$ 명의 전략

- 종료 일자가 빠른 대회부터 막을지 말지 결정합니다.
- 형섭이가 마지막으로 참가한 대회와 겹치는 대회는 형섭이가 참가할 수 없으므로 막을 필요가 없습니다.
- 형섭이가 참가할 수 있는 대회이고 막을 수 있다면 막는 것이 최적입니다.
- **간략한 증명** 형섭이가 참가한 대회가 일찍 끝날수록 아직 시작하지 않은 대회가 늘어나고, 형섭이가 더 많은 대회를 추가로 참가할 수 있게 됩니다. 그러므로 형섭이에게 최대한 늦게 끝나는 대회를 주는 것이 최선입니다.

C. 대회

Segment Tree 구현

- 쿼리 두 개를 처리하면 됩니다.
- (s, e) 삽입/삭제: $\text{Arr}[s, s+1, \dots, e] += x$
- $K - 1$ 명이 막을 수 있는지 확인: $\text{Get Max}(\text{Arr})$

Greedy 구현

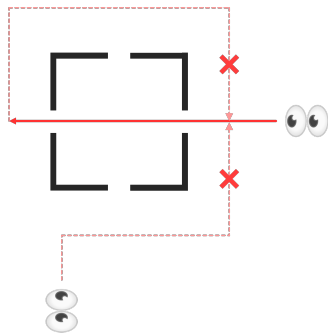
- $K - 1$ 개의 슬롯을 만들어서 $K - 1$ 명이 막은 가장 마지막 대회의 종료 일자(없으면 0)를 오름차순으로 저장합니다.
- (s, e) 삽입: s 보다 작은 가장 마지막 슬롯을 e 로 교체합니다.
- STL set 등의 자료구조로 구현합니다.

H. 유령의 집

- 제출 150회, 정답 16팀 (정답률 10.67%)
- 처음 푼 팀: 78+9 (김현수, 신승원, 지구이), 48분
- 출제자: doju

H. 유령의 집

- 각각의 방에 대해 빛이 들어오는 방향과 빛이 나가는 방향은 일대일 대응됩니다.
- 따라서 서로 다른 두 창문에서 안을 들여다볼 때, 두 경로가 같은 방을 같은 방향으로 통과할 수 없습니다.
- 하나의 경로가 같은 방을 같은 방향으로 두 번 통과할 수도 없습니다.



H. 유령의 집

- 그러므로 모든 창문을 들여다보고 경로를 전부 나열했을 때 각각의 방은 최대 네 번 등장합니다.
- 즉 거울이나 유령이 있는 방을 방문하는 횟수는 다 합쳐서 $4K$ 번을 넘을 수 없습니다.
- 따라서 창문이 주어질 때마다 시뮬레이션으로 답을 구하면 됩니다.
- 창문 하나를 여러 번 들여다볼 수도 있으므로 한 번 답을 구한 창문은 답을 저장해 놓아야 합니다.

G. 교점 세기

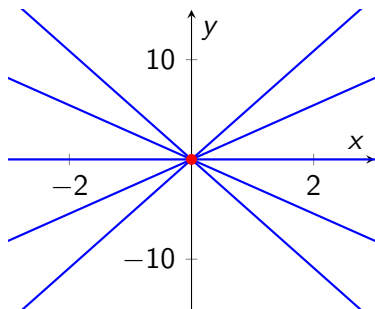
- 제출 249회, 정답 10팀 (정답률 4.02%)
- 처음 푼 팀: 고풍당당 (jihoon, OnionPringles, rhrnald), 79분
- 출제자: tncks0121

G. 교점 세기

- 케이스 처리를 열심히 해야 하는 문제 ~~구데기 문제~~
- 모든 교점 (x_0, y_0) 은 이 점을 포함하는 그래프 종류의 집합에 따라 분류할 수 있습니다.
- $*$, $/$, \wedge 로 이루어진 집합 $2^3 - 1 = 7$ 개(!!)를 모두 고려해 보도록 합시다.

G. 교점 세기

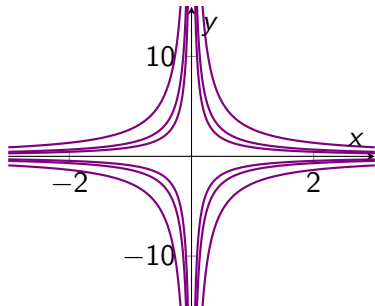
Case 1: *



- $e \cdot ax = e \cdot bx \iff e \cdot (a-b) \cdot x = 0 \iff x = 0$
- (0,0)만 교점
- * 그래프가 2개 이상이면 답에 1을 더하면 됩니다.

G. 교점 세기

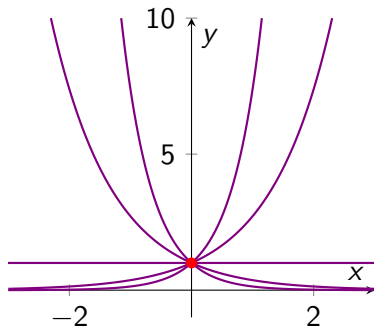
Case 2: $\square /$



- $e/(ax) = e/(bx) \iff e \cdot (\frac{1}{a} - \frac{1}{b}) \cdot \frac{1}{x} = 0 \iff \frac{1}{x} = 0$
- 교점 없음

G. 교점 세기

Case 3: $\square \hat{\square}$



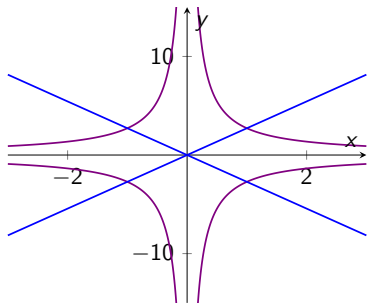
- $e^{ax} = e^{bx} \iff ax = bx \iff (a - b)x = 0 \iff x = 0$
- $(0, 1)$ 만 교점
- $\square \hat{\square}$ 그래프가 2개 이상이면 답에 1을 더하면 됩니다.

G. 교점 세기

- 이제 남은 교점들은 모두 서로 다른 종류의 그래프가 이루는 교점뿐입니다.
- 같은 종류의 그래프 2개가 있는 순간 교점으로 가능한 점이 $(0, 0)$, $(0, 1)$ 중 하나로 좁혀지기 때문입니다.

G. 교점 세기

Case 4: $*$, $/$



- $e \cdot ax = e/(bx) \iff x^2 = 1/ab$
- $ab > 0$ 이면 교점이 2개 존재하며 그 좌표는 $(\pm \frac{1}{ab}, \pm e \cdot \frac{1}{b})$ 입니다.
- (a, b) 순서쌍과 교점의 집합이 일대일 대응 가능하므로, $ab > 0$ 인 순서쌍의 개수를 세면 됩니다.

G. 교점 세기

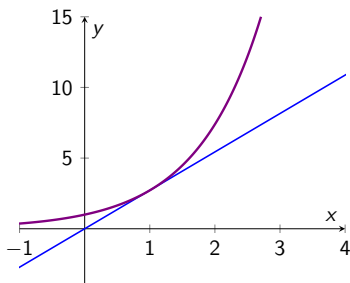
Case 5: $*$, $^$

$$e \cdot ax = e^{bx}$$

..이제는 교점의 좌표를 직접 표현하기는 힘드니, 오로지 개수를 정확히 세는 것에 집중합니다.

G. 교점 세기

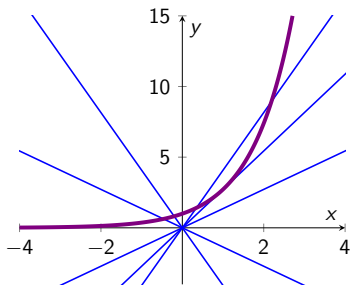
Case 5: $*$, \wedge



- 원점에서 곡선 $y = e^{bx}$ 에 그은 접선의 방정식은 $y = e \cdot bx$ 입니다.
- $y - e^{bt} = be^{bt} \cdot (x - t)$ 에 $(0, 0)$ 대입하여 구할 수 있음

G. 교점 세기

Case 5: $*$, \wedge



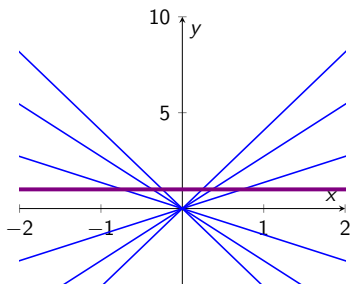
- 편의상 $b > 0$ 이라고 가정합니다.
- 일차함수의 기울기가
 - 음수 \rightarrow 교점 1개
 - 0 이상 $e \cdot b$ 미만 \rightarrow 교점 0개
 - $e \cdot b \rightarrow$ 교점 1개
 - $e \cdot b$ 초과 \rightarrow 교점 2개

임을 알 수 있습니다.

- $b < 0$ 일 때도 비슷하게 케이스가 나뉩니다.

G. 교점 세기

Case 5: $*$, \wedge



- 그런데 $b = 0$ 일 때는 원점에서 접선을 그을 수가 없어 이 분석이 통하지 않습니다.
- $b = 0$ 일 때는 $a \neq 0$ 이면 교점이 무조건 하나 생깁니다.

Case 5: $*$, $^$

- 이렇게 생긴 교점 (x_0, y_0) 에서 역으로 a 와 b 를 유일하게 구할 수 있습니다. 방정식 $y_0 = e \cdot ax_0 = e^{bx_0}$ 이 a 와 b 의 값을 결정해 버리기 때문입니다.
- 따라서, 앞에서 분석한 대로 교점의 수를 구해서 합치기만 하면 됩니다.

G. 교점 세기

Case 6: $\boxed{/}$, $\boxed{\wedge}$

$$e/(ax) = e^{bx}$$

..이것도 x 의 값을 정확히 표현하기는 어렵고, 접선으로 생각하기도 어렵습니다. 어쨌든 개수를 세어야 하니 식을 조금 변형해 봅니다.

G. 교점 세기

Case 6: $/$, \wedge

a 와 b 의 값이 고정이고 x 의 값만 변하므로, 아래와 같은 작업을 통해 x 를 한 쪽 변으로 몰아줍니다.

$$e/(ax) = e^{bx}$$

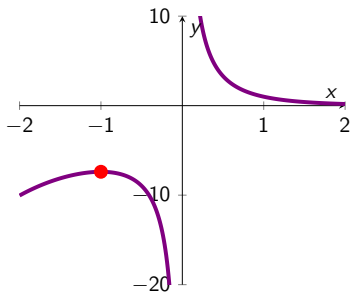
$$(ax)/e = e^{-bx}$$

$$a = e^{1-bx}/x$$

이제 $y = a$ 와 $y = \frac{e^{1-bx}}{x}$ 의 교점의 수가 몇 개인지 분석하면 됩니다.

G. 교점 세기

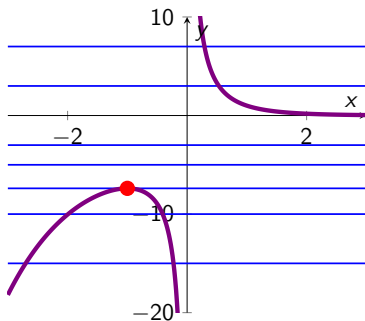
Case 6: $/$, \wedge



- 편의상 $b > 0$ 이라고 합시다.
 $y = \frac{e^{1-bx}}{x}$ 의 그래프는 왼쪽 그림과 같습니다.
- 미분을 해 보면 $x < 0$ 에서 함수의 극댓값을 가지는 점이 $(-1/b, -e^2b)$ 임을 알 수 있습니다.

G. 교점 세기

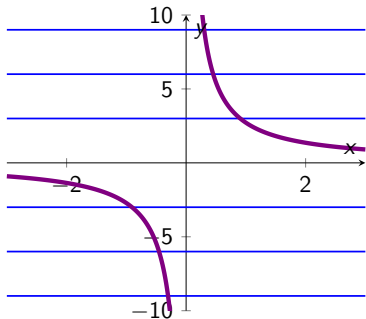
Case 6: $/$, \wedge



- 따라서 $y = a$ 와 $y = \frac{e^{1-bx}}{x}$ 의 교점의 수는
 - $a > 0 \rightarrow$ 교점 1개
 - $-e^2 b < a \leq 0 \rightarrow$ 교점 0개
 - $a = -e^2 b \rightarrow$ 교점 1개
 - $a < -e^2 b \rightarrow$ 교점 2개
- $b < 0$ 일 때도 비슷한 방식으로 케이스가 나뉩니다.

G. 교점 세기

Case 6: $/$, \wedge



- 하지만 $b = 0$ 일 때에는 이러한 분석이 통하지 않습니다. $a \neq 0$ 이기만 하면 교점이 하나씩 생깁니다.
- $a \neq 0$ 인 경우는 주어지지 않으므로, 이 경우는 $/$ 그래프의 개수만큼 교점이 생깁니다.

G. 교점 세기

Case 6: $/$, \wedge

- 이렇게 생긴 교점 (x_0, y_0) 에서 역으로 a 와 b 를 유일하게 구할 수 있습니다. 방정식 $y_0 = e/(ax_0) = e^{bx_0}$ 이 a 와 b 의 값을 결정해 버리기 때문입니다. Case 5에서와 같은 이유로 개수만 구하면 됩니다.
- a 와 e^2b 를 비교할 때 실수 오차가 생길 수도 있겠으나, 모든 $1 \leq b \leq 10^6$ 에 대해 e^2b 와 가장 가까운 정수의 차이가 10^{-7} 이상임을 확인했습니다. e^2 를 $\text{exp}(2)$ 등의 정확도가 높은 방법을 통해 구한다면 문제가 없습니다.

G. 교점 세기

Case 7: $*$, $/$, $^$

생각해 보면 Case 4, 5, 6에서는 $*$, $/$, $^$ 그래프가 동시에 만나는 경우를 중복해서 세어 주고 있습니다.

따라서,

$$e \cdot ax = e/(bx) = e^{cx}$$

의 해의 개수를 구하고 그것의 2배만큼을 답에서 빼 줘야 합니다.
(세 번 세었기 때문)

G. 교점 세기

Case 7: $\boxed{*}$, $\boxed{/}$, $\boxed{\wedge}$

$e \cdot ax = e/(bx)$ 의 해는 $x = \pm\sqrt{\frac{1}{ab}}$ 이므로, 이를 대입하면:

$$e \cdot a \cdot \pm\sqrt{\frac{1}{ab}} = e^{c \pm \sqrt{\frac{1}{ab}}}$$

우변이 양수이므로 좌변도 양수여야 합니다. 편의상 $a > 0$ 이라고 가정하면, $x > 0$ 이어야 합니다.

$$e \cdot a \cdot \sqrt{\frac{1}{ab}} = e^{c \cdot \sqrt{\frac{1}{ab}}}$$

G. 교점 세기

Case 7: $*$, $/$, \wedge

조금 정리해 보면,

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = e^{\frac{c}{\sqrt{ab}} - 1}$$

좌변이 대수적 수(algebraic number)이므로 우변도 마찬가지로 대수적 수여야 합니다.

Lindemann–Weierstrass theorem에 의하면 이는 $\frac{c}{\sqrt{ab}} - 1 = 0$ 일 때만 가능합니다. 예선에서는 인터넷 검색이 가능하므로 이러한 사실을 적당히 찾을 수 있다고 생각했습니다.

G. 교점 세기

Case 7: $*$, $/$, \wedge

그러면 아래의 결과를 얻을 수 있습니다.

$$\frac{c}{\sqrt{ab}} = 1 \iff c = \sqrt{ab}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = e^0 = 1 \iff a = b$$

즉, $a = b = c$ 입니다. $a < 0$ 일 때도 똑같은 방식으로 $a = b = c$ 라는 결과를 얻을 수 있습니다.

G. 교점 세기

Case 7: $*$, $/$, $^$

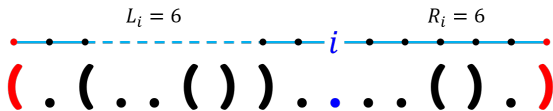
- 따라서 $a = b = c$ 인 경우의 수를 구해서 그 2배를 답에서 빼주면 풀이가 완성됩니다.

- 제출 182회, 정답 3팀 (정답률 1.65%)
- 처음 푼 팀: 78+9 (김현수, 신승원, 지구이), 115분
- 출제자: doju, functionx

명제 1

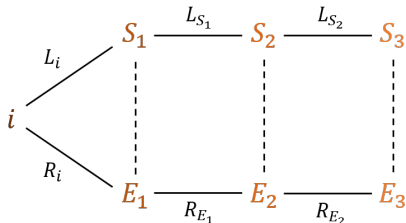
어떤 괄호 구간의 안에서 밖으로, 또는 밖에서 안으로 이동하기 위해서는 반드시 해당 괄호의 양 끝 위치 중 하나를 방문해야 한다.

- h 또는 l 로 이동한다면 당연히 성립합니다.
- 명제를 만족하지 않으려면 % 이동으로 구간 안과 밖을 넘나들어야 하는데, 이런 괄호 쌍은 존재할 수 없습니다.

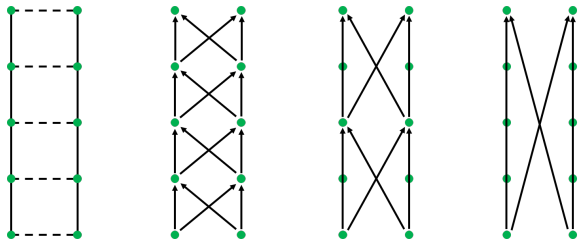


정의

- L_i : i 위치에서 **왼쪽으로만 이동해서** 자신을 감싸는 가장 작은 괄호에 도달하는 데 필요한 최소 키 누름 횟수
- R_i : i 위치에서 **오른쪽으로만 이동해서** 자신을 감싸는 가장 작은 괄호에 도달하는 데 필요한 최소 키 누름 횟수
- 이 값들은 간단한 DP로 구할 수 있습니다.

$$(\cdot (\cdot) ((\cdot) \cdot ()))$$


- 앞의 명제에 의해 출발점에서 자신을 감싸는 괄호들을 빠져나가는 과정을 그래프로 나타낼 수 있습니다.

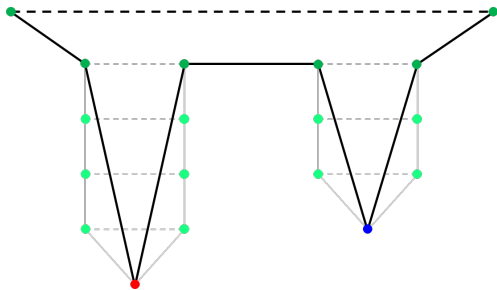


- Sparse table을 이용하면 자신을 감싸고 있는 n 번째 괄호에 도달하는 최단 거리를 $O(\log n)$ 만에 찾을 수 있습니다.

명제 2

어떤 두 점을 모두 포함하는 가장 작은 괄호를 벗어나지 않고 두 점 사이를 최단 거리로 이동하는 경로가 존재한다.

- 명제 1에 의해, 괄호를 벗어날 때와 다시 들어올 때는 양 끝 위치 중 하나를 반드시 방문합니다.
- 만약 한쪽 끝으로 나갔다가 다시 같은 방향으로 들어온다면 아예 나가지 않는 것이 이득입니다.
- 만약 한쪽 끝으로 나갔다가 반대쪽 끝으로 들어온다면 % 이동을 하는 것이 이득입니다.



- 따라서 위와 같은 그래프에서 최단 거리를 찾는 문제가 되고, 약간의 케이스 분석으로 풀 수 있습니다.
- 실제로 구현할 때는 출발점이나 도착점이 괄호 문자인 경우 등 좀 더 까다로운 분석이 필요할 수 있습니다.