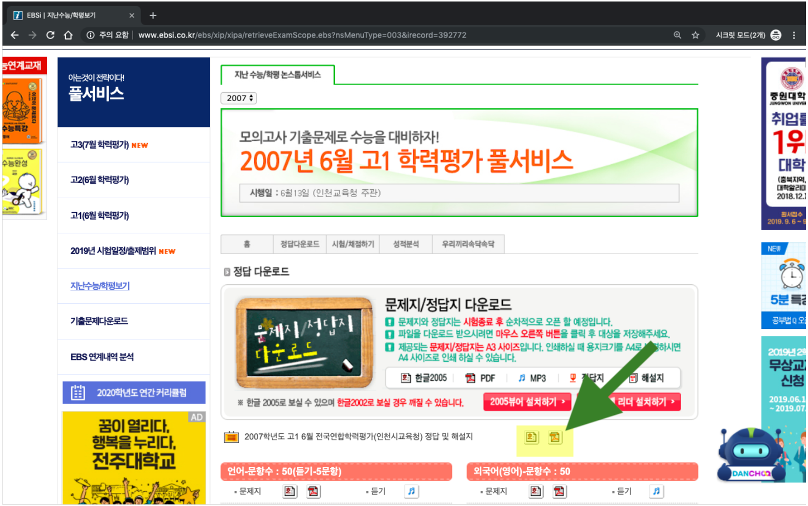
UCPC 2019 온라인 예선 풀이

2019년 7월 27일

A. 수학은 체육과목 입니다 2

- 제출 290회, 정답 243팀 (정답률 83.79%)
- 처음 푼 팀: 화석 (삼엽충, 암모나이트, 실러캔스), 1분
- 출제자: tncks0121

A. 수학은 체육과목 입니다 2



A. 수학은 체육과목 입니다 2

1	⑤	2	③	3	①	4	⑤	5	①
6	②	7	②	8	②	9	③	10	⑤
11	④	12	①	13	③	14	⑤	15	②
16	④	17	①	18	②	19	⑤	20	③
21	③	22	④	23	③	24	③	25	⑤
26	③	27	⑤	28	②	29	①	30	①
31	⑤	32	②	33	②	34	①	35	⑤
36	④	37	③	38	⑤	39	④	40	②
41	④	42	④	43	②	44	④	45	①
46	③	47	④	48	③	49	④	50	②

A. 수학은 체육과목 입니다 2

고 1

19. [출제의도] 정수의 규칙을 이해하여 실생활 문제 해결하기

8로 나누어 나머지가 1 이면 엄지

8로 나누어 나머지가 0, 2 이면 검지

8로 나누어 나머지가 3, 7 이면 중지

8로 나누어 나머지가 4, 6 이면 약지

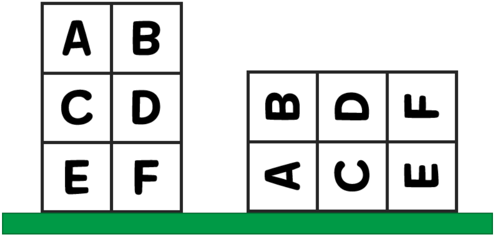
8로 나누어 나머지가 5 이면 새끼손가락

∴ 1000은 8로 나누어 떨어지므로 검지

B. 우유가 넘어지면?

- 제출 346회, 정답 229팀 (정답률 66.18%)
- 처음 푼 팀: 🐟 (박수현, 이준석, 박건), 5분
- 출제자: doju

B. 우유가 넘어지면?



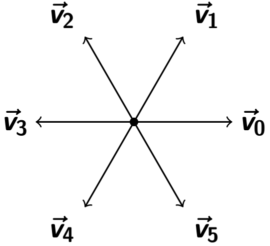
- 배열을 돌리면서 글자도 같이 돌려야 합니다.
- 두 예제에 가능한 모든 글자가 들어 있습니다.

I. 육각형 격자 위의 개미

- 제출 267회, 정답 88팀 (정답률 32.96%)
- 처음 푼 팀: Cafe Mountain (조승현, 박상수, 시제연), 16분
- 출제자: kriii

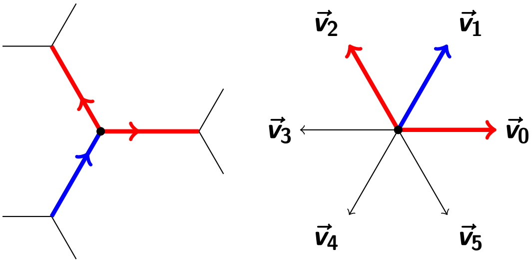
I. 육각형 격자 위의 개미

- 육각형 한 변의 길이를 1로, 시작점의 좌표를 (0,0)으로 보면, 개미의 이동을 다음의 여섯 벡터로 나타낼 수 있습니다.



- 원문과는 다르게 90도 돌려 $\vec{v}_0$을 첫 이동으로 봅니다.
- $\vec{v}_i = \left(\cos\frac{2\pi i}{6},\ \sin\frac{2\pi i}{6}\right)$입니다.

I. 육각형 격자 위의 개미



- $\vec{v}_i$로 이동을 했을 때, 다음 이동은 $\vec{v}_{(i+1) \bmod 6}$ 이거나 $\vec{v}_{(i-1) \bmod 6}$ 입니다.

I. 육각형 격자 위의 개미

- $N \leq 22$ 이므로, 백트래킹을 통해 개미가 실제로 이동한 좌표를 저장하며 이동합니다.
- 그러다 이전에 이동한 좌표로 돌아 왔을 때 탐색을 중단하고, 그것이 N 번째 이동인 개수를 세면 됩니다.
- 그러므로 $O(N \cdot 2^N)$의 시간에 문제를 해결할 수 있습니다.
- 물론 실수를 사용하지 않는 방법도 있어서, $O(2^N)$의 시간 혹은 다항 시간에 문제를 해결 가능합니다. $\vec{v}_i$와 $\vec{v}_{i+3}$이 서로를 상쇄한다는 점을 이용하거나 육각형을 직사각형으로 찌그리면 됩니다. 설명은 생략합니다.

J. 이사

- 제출 136회, 정답 62팀 (정답률 45.59%)
- 처음 푼 팀: Cafe Mountain (조승현, 박상수, 시제연), 8분
- 출제자: kriii, functionx

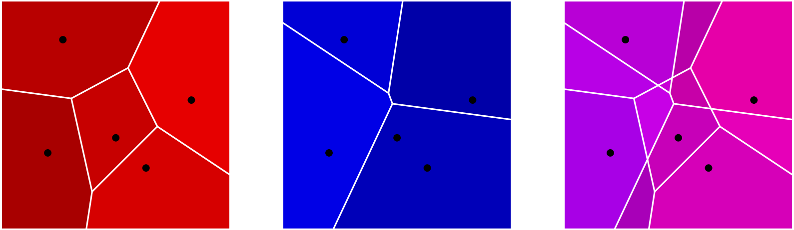
J. 이사

- 가장 가까운 거리와 가장 먼 거리의 평균이란 말장난이며, 결국 둘의 합을 최소화 하는 문제입니다.
- 문제를 쉽게 보기 위해 평면위에서 어떤 점이 가장 가까이 혹은 멀리 있는지 영역으로 구분합니다.
- N이 작아서 반평면의 교집합을 구해 $O(N^2 \lg N)$의 시간에 구분 가능합니다.

J. 이사

- 이런 구분된 영역을 (Farthest) Voronoi diagram이라고 합니다.
- Voronoi diagram과 Farthest Voronoi diagram의 교집합으로 생기는 $O(N^2)$개의 영역 각각에 대해 문제를 해결하면 됩니다.

Voronoi diagram | Farthest Voronoi diagram | Combined



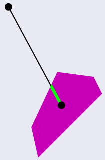
J. 이사

- 이제 거리의 합을 구하는 두 점이 고정되어 있습니다.
- 두 점과 거리의 합이 일정한 점들의 집합은 “타원” 입니다.
- 거리의 합이 커질수록 타원은 점점 더 커져서 영역에 접하게 됩니다.
- 그래서 다음과 같은 세 가지 경우가 있습니다.

J. 이사

Case 1: 두 점을 잇는 선분과 영역이 교차

교차하는 점 중 하나가 최적의 위치가 됩니다.

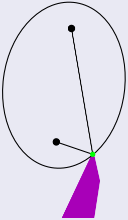


J. 이사

Case 2: 타원과 영역의 꼭지점이 접함

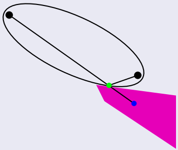
접하는 점이 최적의 위치가 됩니다.

귀찮으므로 모든 꼭지점을 답의 후보로 보면 됩니다.



Case 3: 타원과 영역의 변이 접함

다르게 보면 접하는 변에 한 점을 대칭시켜 만든 선분과의 교점이 최적의 위치가 됩니다.



J. 이사

- 가능한 답의 후보 $O(N^2)$개를 $O(N^2 \lg N)$의 시간에 보는 것으로 문제를 해결했습니다. 이것이 본래 출제 의도입니다.
- 하지만 다른 출제자 f에 의해 답의 후보를 N개로 줄일 수 있고, 그 후보는 입력된 점의 좌표 N개라는 것이 증명되었습니다.

J. 이사

- 답이 되는 점 A에 가장 가까운 점을 S, 가장 먼 점을 F, S에 가장 먼 점을 F'라고 합시다. $\overline{AS} + \overline{AF}$가 최소인 것입니다.
- $\overline{AF} \geq \overline{AF'}$이므로, $\overline{AS} + \overline{AF} \geq \overline{AS} + \overline{AF'}$ 입니다.
- ASF'를 삼각형으로 볼 때, $\overline{AS} + \overline{AF'} \geq \overline{SF'}$ 입니다.
- S에서 가장 가까운 점은 S이므로 $\overline{AS} + \overline{AF} \geq \overline{SS} + \overline{SF'}$가 되어, S는 가능한 A중 하나가 됩니다.

J. 이사

- 그러므로, 입력된 점의 좌표 N개 점 중에서 가장 먼 점 까지의 거리가 최소가 되는 점이 답이 됩니다.
- 나이브하게 $O(N^2)$의 시간에 해결하거나 Farthest Voronoi diagram을 빠르게 구해서 문제를 오버킬 할 수 있습니다.
- 기하 연습문제를 만들고 싶었지만 결국 바꾸지 않고 그대로 출제했습니다.

F. 공교육 도박

- 제출 69회, 정답 52팀 (정답률 75.36%)
- 처음 푼 팀: 투니버스 (운전사, 니, 니), 9분
- 출제자: functionx

F. 공교육 도박

게임 도중 상태

- 지금까지 던진 주사위의 눈 (최근 3개 말고는 알 필요 없음)
- 주사위를 더 던질 수 있는 횟수

DP 정의

$DP[D1, D2, D3, N]$

- $D1, D2, D3$: 최근 세 번의 주사위의 눈 (최근에 던진 게 D1)
- N: 주사위를 더 던질 수 있는 횟수

F. 공교육 도박

DP 점화식

- 게임을 끝내면 $max(score(D1, D2, D3))$
- 주사위를 더 던지면 $\frac{1}{6}\sum_{D=1}^{6} DP[D, D1, D2, N-1])$
- 둘 중에서 최댓값 선택

실제 정답

- 주사위를 세 번 던지기 전 상태는 DP로 표현 불가능
- $ans = \frac{1}{6^3}\sum_{D1,D2,D3} DP[D1, D2, D3]$

F. 공교육 도박

score 계산

- if문을 열심히 사용해서 계산하면 됨
- `boj.kr/2480`을 일단 풀자

실수 오차

- $max(S, avg(a, b, c, d, e, f))$의 최대 오차는 $avg(|\delta a|, |\delta b|, |\delta c|, |\delta d|, |\delta e|, |\delta f|) + \alpha$ (α는 덧셈/나눗셈 오차)
- 오차는 최대 αN이므로 10^{-6}으로 충분

D. 별다줄

- 제출 258회, 정답 49팀 (정답률 18.99%)
- 처음 푼 팀: 화석 (삼엽충, 암모나이트, 실러캔스), 12분
- 출제자: moonrabbit2

D. 별다줄

- DP_i=T_i까지를 분할했을 때 경우의 수
- DP_i를 빠르게 계산하려면 구간을 접두사로 가지는 단어의 개수를 빠르게 알아야 합니다.

D. 별다줄

- 가능한 접두사를 미리 저장해 놓았다면, 해싱을 통해서 빠르게 찾아낼 수 있습니다.
- std::set을 사용하는 방법 등 한번 찾는 데에 $O(\log N)$이 필요한 경우 느릴 수 있습니다.

D. 별다줄

- 구간의 시작점을 고정한다면, DP_{i-1}를 계산할 때 접두사가 불일치한 단어들은 구간 뒤에 T_i을 붙여도 불일치합니다.
- 그러므로 i가 증가하면서 각 구간의 시작점마다 가능한 단어의 후보가 점점 줄어듭니다.

D. 별다줄

- 구간에 T_i를 붙이는 것은 트라이에서 T_i방향 정점으로 이동하는 것과 같습니다.
- 미리 트라이의 각 정점마다 해당 정점까지 접두사가 일치하는 단어의 수를 저장해놓으면 그 후 단어의 개수는 $O(1)$에 구할 수 있습니다.
- 트라이에서 이동하는 것은 각 시작점마다 $O(1)$에 가능합니다.

C. 대회

- 제출 105회, 정답 17팀 (정답률 16.19%)
- 처음 푼 팀: Cafe Mountain (조승현, 박상수, 시제연), 34분
- 출제자: functionx

C. 대회

형섭이의 전략

- 알려진 그리디 알고리즘을 사용합니다.
- 참가할 수 있는 대회 중에서 가장 종료 일자가 빠른 대회를 반복해서 선택합니다.

막을 수 있는 대회

- $K - 1$명이 참가하는 대회를 막았다라고 표현합시다.
- 몇 개의 막을 대회를 선택했을 때 $K - 1$명이 막을 수 있을 필요충분조건은 K개 이상의 대회가 같은 일자를 포함하는 경우가 없음입니다.

C. 대회

$K - 1$명의 전략

- 종료 일자가 빠른 대회부터 막을지 말지 결정합니다.
- 형섭이가 마지막으로 참가한 대회와 겹치는 대회는 형섭이가 참가할 수 없으므로 막을 필요가 없습니다.
- 형섭이가 참가할 수 있는 대회이고 막을 수 있다면 막는 것이 최적입니다.
- 간략한 증명 형섭이가 참가한 대회가 일찍 끝날수록 아직 시작하지 않은 대회가 늘어나고, 형섭이가 더 많은 대회를 추가로 참가할 수 있게 됩니다. 그러므로 형섭이에게 최대한 늦게 끝나는 대회를 주는 것이 최선입니다.

C. 대회

Segment Tree 구현

- 쿼리 두 개를 처리하면 됩니다.
- `(s, e)` 삽입/삭제: `Arr[s, s+1, ..., e] += x`
- $K-1$명이 막을 수 있는지 확인: `Get Max(Arr)`

Greedy 구현

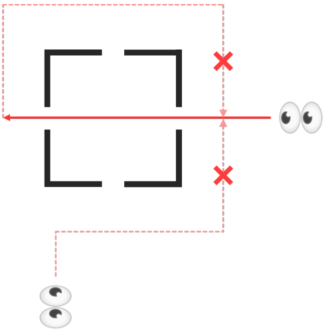
- $K-1$개의 슬롯을 만들어서 $K-1$명이 막은 가장 마지막 대회의 종료 일자(없으면 0)를 오름차순으로 저장합니다.
- `(s, e)` 삽입: s보다 작은 가장 마지막 슬롯을 e로 교체합니다.
- `STL set` 등의 자료구조로 구현합니다.

H. 유령의 집

- 제출 150회, 정답 16팀 (정답률 10.67%)
- 처음 푼 팀: 78+9 (김현수, 신승원, 지구이), 48분
- 출제자: doju

H. 유령의 집

- 각각의 방에 대해 빛이 들어오는 방향과 빛이 나가는 방향은 일대일 대응됩니다.
- 따라서 서로 다른 두 창문에서 안을 들여다볼 때, 두 경로가 같은 방을 같은 방향으로 통과할 수 없습니다.
- 하나의 경로가 같은 방을 같은 방향으로 두 번 통과할 수도 없습니다.



H. 유령의 집

- 그러므로 모든 창문을 들여다보고 경로를 전부 나열했을 때 각각의 방은 최대 네 번 등장합니다.
- 즉 거울이나 유령이 있는 방을 방문하는 횟수는 다 합쳐서 $4K$ 번을 넘을 수 없습니다.
- 따라서 창문이 주어질 때마다 시뮬레이션으로 답을 구하면 됩니다.
- 창문 하나를 여러 번 들여다볼 수도 있으므로 한 번 답을 구한 창문은 답을 저장해 놓아야 합니다.

G. 교점 세기

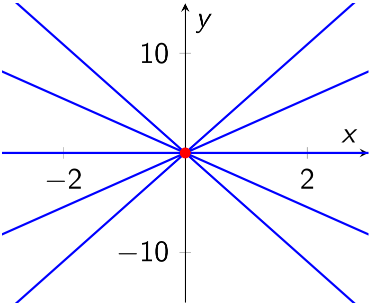
- 제출 249회, 정답 10팀 (정답률 4.02%)
- 처음 푼 팀: 고풍당당 (jihoon, OnionPringles, rhrnald), 79분
- 출제자: tncks0121

G. 교점 세기

- 케이스 처리를 열심히 해야 하는 문제 ~~구데기 문제~~
- 모든 교점 (x_0, y_0)은 이 점을 포함하는 그래프 종류의 집합에 따라 분류할 수 있습니다.
- $\boxed{*}$, $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$로 이루어진 집합 $2^3 - 1 = 7$개(!!)를 모두 고려해 보도록 합시다.

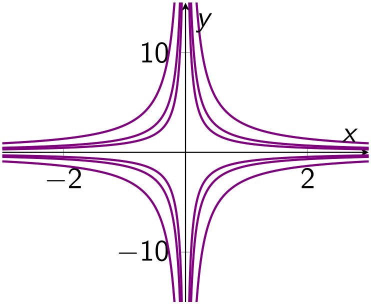
G. 교점 세기

Case 1: $\boxed{*}$



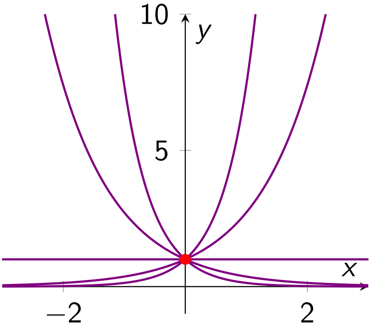
- $e \cdot ax = e \cdot bx \iff e \cdot (a-b) \cdot x = 0 \iff x = 0$
- $(0,0)$만 교점
- $\boxed{*}$ 그래프가 2개 이상이면 답에 1을 더하면 됩니다.

Case 2: $\boxed{/}$



- $e/(ax) = e/(bx) \iff e \cdot (\frac{1}{a} - \frac{1}{b}) \cdot \frac{1}{x} = 0 \iff \frac{1}{x} = 0$
- 교점 없음

Case 3: $\boxed{\hat{}}$

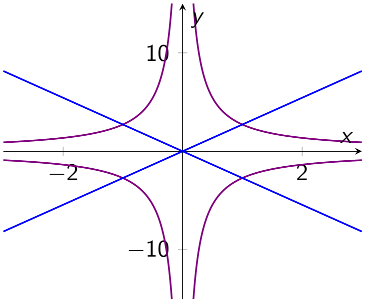


- $e^{ax} = e^{bx} \iff ax = bx \iff (a-b)x = 0 \iff x = 0$
- $(0, 1)$만 교점
- $\boxed{\hat{}}$ 그래프가 2개 이상이면 답에 1을 더하면 됩니다.

G. 교점 세기

- 이제 남은 교점들은 모두 서로 다른 종류의 그래프가 이루는 교점뿐입니다.
- 같은 종류의 그래프 2개가 있는 순간 교점으로 가능한 점이 $(0, 0)$, $(0, 1)$ 중 하나로 좁혀지기 때문입니다.

Case 4: $\boxed{*}$, $\boxed{/}$



- $e \cdot ax = e/(bx) \iff x^2 = 1/ab$
- $ab > 0$이면 교점이 2개 존재하며 그 좌표는 $(\pm\frac{1}{ab}, \pm e \cdot \frac{1}{b})$입니다.
- (a, b) 순서쌍과 교점의 집합이 일대일 대응 가능하므로, $ab > 0$인 순서쌍의 개수를 세면 됩니다.

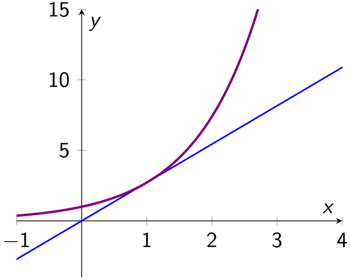
Case 5: $\boxed{*}$**,** $\boxed{\hat{}}$

$$e \cdot ax = e^{bx}$$

..이제는 교점의 좌표를 직접 표현하기는 힘드니, 오로지 개수를 정확히 세는 것에 집중합니다.

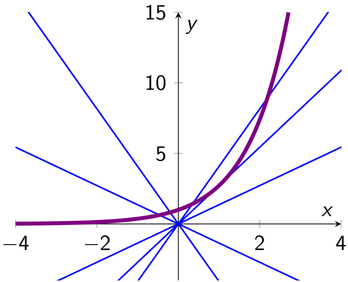
G. 교점 세기

Case 5: $\boxed{*}$, $\boxed{\hat{}}$



- 원점에서 곡선 $y = e^{bx}$에 그은 접선의 방정식은 $y = e \cdot bx$입니다.
  - $y - e^{bt} = be^{bt} \cdot (x - t)$에 $(0, 0)$ 대입하여 구할 수 있음

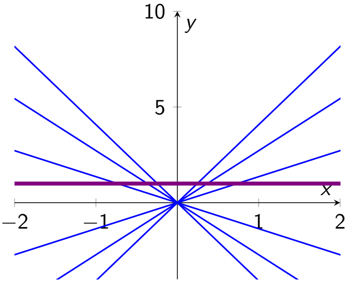
Case 5: $\boxed{*}$, $\boxed{\hat{}}$



- 편의상 $b > 0$이라고 가정합시다.
- 일차함수의 기울기가
  - 음수 $\rightarrow$ 교점 1개
  - 0 이상 $e \cdot b$ 미만 $\rightarrow$ 교점 0개
  - $e \cdot b$ $\rightarrow$ 교점 1개
  - $e \cdot b$ 초과 $\rightarrow$ 교점 2개

  임을 알 수 있습니다.
- $b < 0$일 때도 비슷하게 케이스가 나뉩니다.

Case 5: $\boxed{*}$, $\boxed{\hat{}}$



- 그런데 $b = 0$일 때는 원점에서 접선을 그을 수가 없어 이 분석이 통하지 않습니다.
- $b = 0$일 때는 $a \neq 0$이면 교점이 무조건 하나 생깁니다.

Case 5: $\boxed{*}$, $\boxed{\hat{}}$

- 이렇게 생긴 교점 (x_0, y_0)에서 역으로 a와 b를 유일하게 구할 수 있습니다. 방정식 $y_0 = e \cdot ax_0 = e^{bx_0}$이 a와 b의 값을 결정해 버리기 때문입니다.
- 따라서, 앞에서 분석한 대로 교점의 수를 구해서 합치기만 하면 됩니다.

Case 6: $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$

$$e/(ax) = e^{bx}$$

..이것도 x의 값을 정확히 표현하기는 어렵고, 접선으로 생각하기도 어렵습니다. 어쨌든 개수를 세어야 하니 식을 조금 변형해 봅니다.

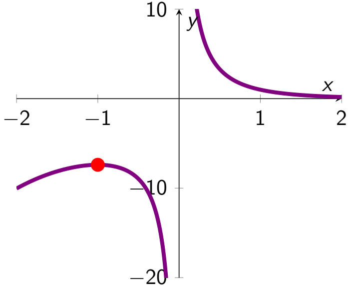
Case 6: $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$

a와 b의 값이 고정이고 x의 값만 변하므로, 아래와 같은 작업을 통해 x를 한 쪽 변으로 몰아줍니다.

$$e/(ax) = e^{bx}$$
$$(ax)/e = e^{-bx}$$
$$a = e^{1-bx}/x$$

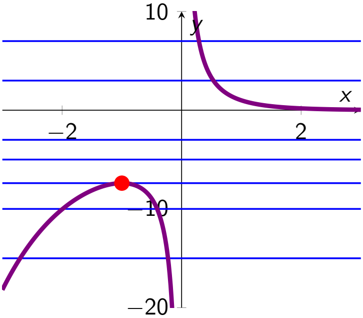
이제 $y = a$와 $y = \frac{e^{1-bx}}{x}$의 교점의 수가 몇 개인지 분석하면 됩니다.

Case 6: $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$



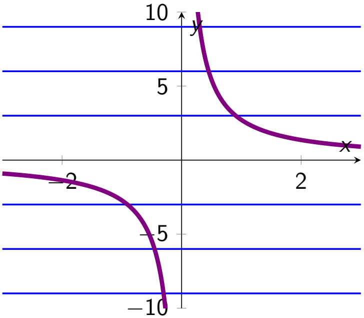
- 편의상 $b > 0$이라고 합시다. $y = \frac{e^{1-bx}}{x}$의 그래프는 왼쪽 그림과 같습니다.
- 미분을 해 보면 $x < 0$에서 함수의 극댓값을 가지는 점이 $(-1/b, -e^2 b)$임을 알 수 있습니다.

Case 6: $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$



- 따라서 $y = a$와 $y = \frac{e^{1-bx}}{x}$의 교점의 수는
    - $a > 0 \rightarrow$ 교점 1개
    - $-e^2 b < a \leq 0 \rightarrow$ 교점 0개
    - $a = -e^2 b \rightarrow$ 교점 1개
    - $a < -e^2 b \rightarrow$ 교점 2개
- $b < 0$일 때도 비슷한 방식으로 케이스가 나뉩니다.

Case 6: $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$



- 하지만 $b = 0$일 때에는 이러한 분석이 통하지 않습니다. $a \neq 0$ 이기만 하면 교점이 하나씩 생깁니다.
- $a \neq 0$인 경우는 주어지지 않으므로, 이 경우는 $\boxed{/}$ 그래프의 개수만큼 교점이 생깁니다.

Case 6: $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$

- 이렇게 생긴 교점 (x_0, y_0)에서 역으로 a와 b를 유일하게 구할 수 있습니다. 방정식 $y_0 = e/(ax_0) = e^{bx_0}$이 a와 b의 값을 결정해 버리기 때문입니다. Case 5에서와 같은 이유로 개수만 구하면 됩니다.
- a와 e^2b를 비교할 때 실수 오차가 생길 수도 있겠으나, 모든 $1 \le b \le 10^6$에 대해 e^2b와 가장 가까운 정수의 차이가 10^{-7} 이상임을 확인했습니다. e^2를 `exp(2)` 등의 정확도가 높은 방법을 통해 구한다면 문제가 없습니다.

Case 7: $\boxed{*}$, $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$

생각해 보면 Case 4, 5, 6에서는 $\boxed{*}$, $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$ 그래프가 동시에 만나는 경우를 중복해서 세어 주고 있습니다.

따라서,

$$e \cdot ax = e/(bx) = e^{cx}$$

의 해의 개수를 구하고 그것의 2배만큼을 답에서 빼 줘야 합니다.

(세 번 세었기 때문)

Case 7: $\boxed{*}$, $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$

$e \cdot ax = e/(bx)$의 해는 $x = \pm\sqrt{\frac{1}{ab}}$이므로, 이를 대입하면:

$$e \cdot a \cdot \pm\sqrt{\frac{1}{ab}} = e^{c \cdot \pm\sqrt{\frac{1}{ab}}}$$

우변이 양수이므로 좌변도 양수여야 합니다. 편의상 $a > 0$이라고 가정하면, $x > 0$이어야 합니다.

$$e \cdot a \cdot \sqrt{\frac{1}{ab}} = e^{c \cdot \sqrt{\frac{1}{ab}}}$$

Case 7: $\boxed{*}$, $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$

조금 정리해 보면,

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = e^{\frac{c}{\sqrt{ab}} - 1}$$

좌변이 대수적 수(algebraic number)이므로 우변도 마찬가지로 대수적 수여야 합니다.

Lindemann–Weierstrass theorem에 의하면 이는 $\frac{c}{\sqrt{ab}} - 1 = 0$일 때만 가능합니다. 예선에서는 인터넷 검색이 가능하므로 이러한 사실을 적당히 찾을 수 있다고 생각했습니다.

Case 7: $\boxed{*}$, $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$

그러면 아래의 결과를 얻을 수 있습니다.

$$\frac{c}{\sqrt{ab}} = 1 \iff c = \sqrt{ab}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = e^0 = 1 \iff a = b$$

즉, $a = b = c$입니다. $a < 0$일 때도 똑같은 방식으로 $a = b = c$ 라는 결과를 얻을 수 있습니다.

Case 7: $\boxed{*}$, $\boxed{/}$, $\boxed{\hat{}}$

- 따라서 $a = b = c$인 경우의 수를 구해서 그 2배를 답에서 빼주면 풀이가 완성됩니다.

E. %

- 제출 182회, 정답 3팀 (정답률 1.65%)
- 처음 푼 팀: 78+9 (김현수, 신승원, 지구이), 115분
- 출제자: doju, functionx

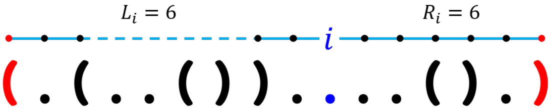
E. %

명제 1

어떤 괄호 구간의 안에서 밖으로, 또는 밖에서 안으로 이동하기 위해서는 반드시 해당 괄호의 양 끝 위치 중 하나를 방문해야 한다.

- `h` 또는 `l`로 이동한다면 당연히 성립합니다.
- 명제를 만족하지 않으려면 `%` 이동으로 구간 안과 밖을 넘나들어야 하는데, 이런 괄호 쌍은 존재할 수 없습니다.

E. %

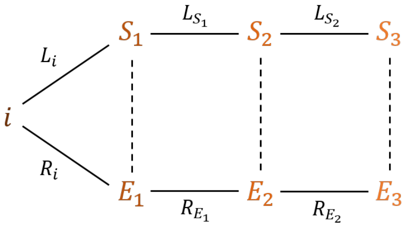


정의

- L_i: i 위치에서 **왼쪽으로만 이동해서** 자신을 감싸는 가장 작은 괄호에 도달하는 데 필요한 최소 키 누름 횟수
- R_i: i 위치에서 **오른쪽으로만 이동해서** 자신을 감싸는 가장 작은 괄호에 도달하는 데 필요한 최소 키 누름 횟수

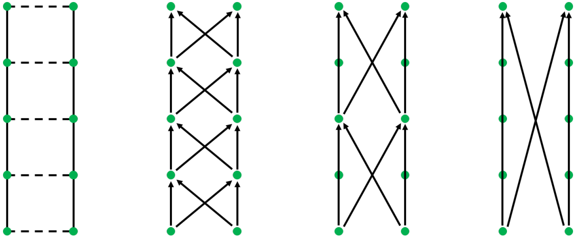
- 이 값들은 간단한 DP로 구할 수 있습니다.

E. %



- 앞의 명제에 의해 출발점에서 자신을 감싸는 괄호들을 빠져나가는 과정을 그래프로 나타낼 수 있습니다.

E. %



- Sparse table을 이용하면 자신을 감싸고 있는 n번째 괄호에 도달하는 최단 거리를 $O(\log n)$만에 찾을 수 있습니다.

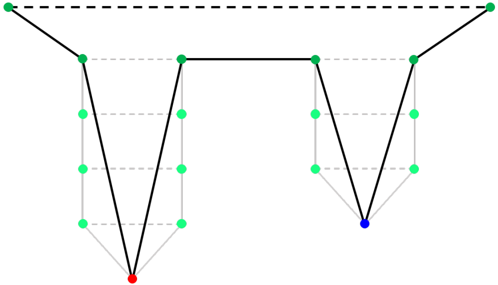
E. %

명제 2

어떤 두 점을 모두 포함하는 가장 작은 괄호를 벗어나지 않고 두 점 사이를 최단 거리로 이동하는 경로가 존재한다.

- 명제 1에 의해, 괄호를 벗어날 때와 다시 들어올 때는 양 끝 위치 중 하나를 반드시 방문합니다.
- 만약 한쪽 끝으로 나갔다가 다시 같은 방향으로 들어온다면 아예 나가지 않는 것이 이득입니다.
- 만약 한쪽 끝으로 나갔다가 반대쪽 끝으로 들어온다면 % 이동을 하는 것이 이득입니다.

E. %



- 따라서 위와 같은 그래프에서 최단 거리를 찾는 문제가 되고, 약간의 케이스 분석으로 풀 수 있습니다.
- 실제로 구현할 때는 출발점이나 도착점이 괄호 문자인 경우 등 좀 더 까다로운 분석이 필요할 수 있습니다.