

2023 Ajou Programming Contest

Official Solutions



Special Thanks to 오상윤 교수님

Division 1

53명 참가

총 제출 **1059** 회

맞았습니다!! **116** 회

Division 2

25명 참가

총 제출 **381** 회

맞았습니다!! **45** 회

본 대회가 성공적으로 개최되기까지 도와주신 모든 분들께 감사의 말씀을 올립니다.

운영

- ✓ 김현빈 akim9905 소프트웨어학과
- ✓ 심지수 rlj1202 소프트웨어학과
- ✓ 이헌우 leehun456 소프트웨어학과

출제

- ✓ 김현빈 akim9905 소프트웨어학과
- ✓ 송선우 gbe0808 소프트웨어학과
- ✓ 장민우 pani 소프트웨어학과
- ✓ 한상혁 hsh8086 비즈니스애널리틱스학과(석사 과정)

검수

- ✓ 김동규 eaststar KAIST
- ✓ 박진식 pjshwa 크리마
- ✓ 신용명 tlsdydaud1 한양대학교
- ✓ 옥찬호 utilforever Momenti
- ✓ 주감동 jthis 국민대학교

Div.1	Div.2	문제	의도한 난이도	출제자
-	A	Since 1973	Easy	송선우
A	B	아주머학교 프로그래딩 정시머힌	Easy	송선우
-	C	원,탁!	Easy	김현빈, 송선우
B	D	Space-A	Easy	장민우, 한상혁
C	E	숫자탑과 퀴리	Normal	김현빈
D	F	현대모비스 특별상의 주인공은?	Normal	장민우
-	G	뭐라고? 안들려	Normal	김현빈
E	H	2022 APC가 어려웠다고요?	Normal	김현빈
F	I	슈넬치킨 랑데부	Hard	한상혁
G	J	K-지폐	Hard	김현빈
H	-	기백을 안배운다고?	Hard	김현빈
I	-	개미억장과르르맨션	Hard	한상혁
J	-	너의 집에 가까워졌어..(중략)..너는 너무 멀어	Challenging	김현빈

1-/2A. Since 1973

string, math

출제진 의도 - **Easy**

- ✓ (Div.1) 제출 -번, 정답 -명 (정답률 -%)
- ✓ (Div.2) 제출 98번, 정답 14명(정답률 14.286%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) -, -분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) **허태림**, 6분
- ✓ 출제자: 송선우^{gbe0808}

- ✓ 1 부터 N 까지 세면서 50 이 포함되어있는 경우 카운트를 한 번 더 해줍니다.
- ✓ 간단하게 숫자를 문자열로 바꾸어준 후, 해당 문자열에 50 이 포함되어있는지를 확인하면 됩니다.
- ✓ 또는 해당 숫자가 1 보다 클 때까지 10 으로 계속 나누어가면서 100 으로 나눈 나머지가 50 인지를 확인하는 방법도 있습니다.
- ✓ N 이 50 을 포함하는 수인 경우에는 카운트를 한 번 더 하기 전에 빠져나와서 출력을 해주어야 한다는 점에 유의합니다.

1A/2B. 2023 아주머학교 프로그래딩 정시머힌

string, implementation

출제진 의도 – **Easy**

- ✓ (Div.1) 제출 450번, 정답 37명 (정답률 8.444%)
- ✓ (Div.2) 제출 114번, 정답 10명 (정답률 8.772%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) **김유겸**, 14분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) **허태림**, 42분
- ✓ 출제자: 송선우^{gbe0808}

- ✓ 문자열을 입력받은 후, 각각의 문자를 살펴보며 수정본에 해당하는 특수문자 혹은 숫자를 원본 알파벳으로 바꾸어줍니다.
- ✓ 이때, 백슬래시(\)가 들어오는 경우, 원본 알파벳이 v였을 수도 있고, w였을 수도 있으므로 다음 인덱스에 해당하는 문자가 다시 백슬래시인지, 아포스트로피(')인지 확인해줍니다.
- ✓ 바꾼 횟수와 원본 문자열의 길이를 세줍니다. 이때, v나 w의 경우 수정본에서 각각 길이를 2, 3만큼 차지하기 때문에 해당 사항을 고려해야 합니다.
- ✓ 위에서 세준 바꾼 횟수가 원본 문자열 길이의 절반 이상이라면, 문제에 주어진대로 "I don' t understand"를 출력해줍니다.

1-/2C. 원, 탁!

greedy

출제진 의도 - Easy

- ✓ (Div.1) 제출 -번, 정답 -명 (정답률 -%)
- ✓ (Div.2) 제출 51번, 정답 6명 (정답률 11.765%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) -, -분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) **이헌석**, 28분
- ✓ 출제자: 김현빈^{akim9905}, 송선우^{gbe0808}

- ✓ 오름차순 수열을 만들기 위해서는 2번 접시부터 N 번 접시까지 차례대로 보면서, 이전 접시에 적혀있는 숫자보다 작거나 같은 경우에 원, 탁!을 해주면 됩니다.
- ✓ 원형으로 N 번 접시와 1 번 접시가 연결되어있으므로, 1 번 접시에 적혀있는 수가 N 번 접시에 적혀있는 수보다 작거나 같다면 원, 탁!을 해줍니다.
- ✓ 단순히 1 번부터 N 번까지 보면서 다음 접시에 적힌 수가 더 작다면 원, 탁!을 해주면 됩니다.

1B/2D. Space-A

ad-hoc

출제진 의도 – Easy

- ✓ (Div.1) 제출 132번, 정답 27명 (정답률 21.212%)
- ✓ (Div.2) 제출 32번, 정답 6명 (정답률 18.750%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) **권도현**, 29분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) **허태림**, 85분
- ✓ 출제자: 장민우^{pani}, 한상혁^{hsh8086}

- ✓ 로봇이 명령을 수행하는 순서는 상관없음을 관찰할 수 있습니다.
- ✓ $(1, 1)$ 에서 시작하여, 현재 확인할 지점의 좌표를 (x, y) 라고 합시다.
- ✓ x 를 넘지 않으면서 가능한 R 명령을 모두 사용하고, y 를 넘지 않으면서 가능한 U 명령을 모두 사용합니다.
- ✓ 마지막으로 현재 위치에서 X 명령을 이용하여 (x, y) 에 정확히 도착할 수 있는지의 여부를 확인하는 방법을 사용하여 해결할 수 있습니다.

1C/2E. 숫자탑과 쿼리

math, binary_search

출제진 의도 – **Normal**

- ✓ (Div.1) 제출 182번, 정답 35명 (정답률 19.231%)
- ✓ (Div.2) 제출 30번, 정답 8명 (정답률 26.667%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) **권도현**, 48분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) **이헌석**, 59분
- ✓ 출제자: 김현빈^{akim9905}

- ✓ 1에서 i 번째 층까지 총 몇 개의 블록이 있을까요?
- ✓ 등차수열의 합을 이용하면, $S_i = i \times a + \frac{i(i-1)}{2} \times d$ 개의 블록이 1층부터 있습니다.
- ✓ x 번 블록이 i 층에 위치한다는 것은 $S_{i-1} < x \leq S_i$ 과 동치입니다.
- ✓ 이분 탐색 등을 통해 i 를 찾아줄 수 있습니다.
- ✓ $\mathcal{O}(1)$ 에 찾을 수도 있지만 실수 연산을 고려하면 정신건강에 이롭지 못합니다.
- ✓ 시간 복잡도는 이분 탐색을 이용한다면 $\mathcal{O}(Q \log X)$ 입니다.

1D/2F. 현대모비스 특별상의 주인공은?

ad-hoc

출제진 의도 – Normal

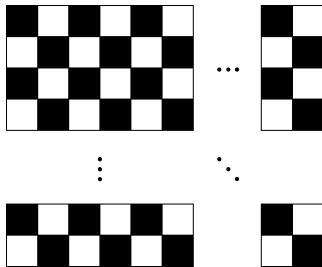
- ✓ (Div.1) 제출 86번, 정답 5명 (정답률 5.814%)
- ✓ (Div.2) 제출 5번, 정답 0명 (정답률 0%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) **박민석**, 102분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) -, -분
- ✓ 출제자: 장민우^{pani}

1D/2F. 현대모비스 특별상의 주인공은?

- ✓ Naive하게 모든 직사각형을 조사하면 $\mathcal{O}(N^2 M^2 \max |S|)$ 입니다. ($|S|$ 는 이름의 길이)
- ✓ 사실 1×2 크기의 직사각형과 1×3 크기의 직사각형만 확인해도 됩니다.
- ✓ $p \times q$ 크기의 직사각형에 한 학생의 이름이 $\lceil \frac{p \times q + 1}{2} \rceil$ 번 적혀있다고 가정하겠습니다.
- ✓ 갑자기 획! 머리에 체스판이 떠오르지 않을 수 없습니다.

1D/2F. 현대모비스 특별상의 주인공은?

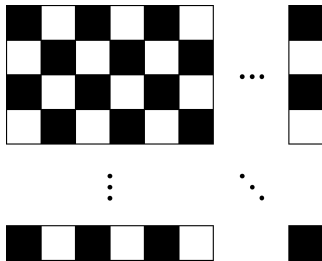
✓ $p \times q$ 가 짝수라면 다음 그림과 같은 모습입니다.



✓ $\frac{p \times q}{2} + 1$ 개 이상의 타일에 같은 이름이 적혀있어야하는데, 검은색과 흰색 타일은 각각 $\frac{p \times q}{2}$ 개 이므로 하나 이상의 1×2 크기의 직사각형에는 무조건 같은 이름이 적히게 됩니다.

1D/2F. 현대모비스 특별상의 주인공은?

- ✓ $p \times q$ 가 홀수인 경우를 생각해봅시다. 어떤 색이 다른 색보다 하나 더 많습니다. 일반성을 잃지 않고 검은색이 하나 더 많다고 가정합시다.



- ✓ 해당 상황에서 어떤 위치의 1×3 크기의 직사각형을 골라도 선물을 받을 학생의 이름이 2번 적히게 됩니다.

1D/2F. 현대모비스 특별상의 주인공은?

- ✓ 따라서 1×2 혹은 1×3 크기의 직사각형만 확인해도 선물을 받을 학생을 모두 찾을 수 있습니다.
- ✓ 시간 복잡도는 $\mathcal{O}(NM \max |S|)$ 입니다.

1E/2G. 2022 APC가 어려웠다고요?

dynamic_programming, prefix_sum

출제진 의도 – **Normal**

- ✓ (Div.1) 제출 94번, 정답 5명 (정답률 5.319%)
- ✓ (Div.2) 제출 7번, 정답 1명 (정답률 14.286%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) **권도현**, 131분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) **공다은**, 181분
- ✓ 출제자: 김현빈^{akim9905}

- ✓ 도발하려고 하는 제목은 아니었습니다. 죄송합니다. 내년 스포-2023 APC가 어려웠다고?
- ✓ $d(i, j) =$ "i번 문제를 j의 난이도로 해결하는 경우의 수"라고 정의하고 싶습니다.
- ✓ $d(i, j) = \sum_{x=j-K}^{j+K} d(i-1, x)$ 입니다.
- ✓ 이러면 $\mathcal{O}(N^2 K)$ 으로 TLE를 받습니다.
- ✓ 누적합을 이용하면 $d(i, j) = p(j+K) - p(j-K-1)$ 로 쓸 수 있습니다.
- ✓ $\mathcal{O}(N^2)$ 에 문제를 풀 수 있습니다.

1-/2H. 뭐라고? 안들려

math, combinatorics

출제진 의도 – Normal

- ✓ (Div.1) 제출 -번, 정답 -명 (정답률 -%)
- ✓ (Div.2) 제출 44번, 정답 0명 (정답률 0%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) -, -분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) -, -분
- ✓ 출제자: 김현빈^{akim9905}

1-/2H. 뭐라고? 안들려

- ✓ 두 좌표 (x_i, y_i) 와 (x_j, y_j) 를 잇는 직선의 기울기가 K 가 되는 상황을 정리하면 다음과 같습니다.
 - $\frac{y_i - y_j}{x_i - x_j} = K$ 를 한 문자에 대해 정리해주면
 - $y_i - K \times x_i = y_j - K \times x_j$ 를 만족하는 (i, j) 쌍을 찾는 문제가 됩니다.
- ✓ 따라서 map과 같은 자료구조에 $z_i = x_i - K \times y_i$ 의 값의 개수를 저장합니다.
- ✓ 만약 z_i 가 c_i 개 있었다면, 정답에 $\binom{c_i}{2} \times 2!$ 를 더해줍니다.

1F/2I. 슈넬치킨 랑데부

bfs

출제진 의도 – **Hard**

- ✓ (Div.1) 제출 26번, 정답 2명 (정답률 7.692%)
- ✓ (Div.2) 제출 0번, 정답 0명 (정답률 0%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) **권도현**, 166분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) -, -분
- ✓ 출제자: 한상혁^{hsh8086}

1F/2I. 슈넬치킨 랑데부

- ✓ 문제를 풀다 옛 생각(PTSD)이 났다면 죄송합니다.
- ✓ 하지만 에디토리얼의 필자는 **스파이시 순살치킨**을 더 좋아했습니다.
- ✓ 까르보불닭이랑먹으면카



- ✓ 죄송합니다. 후식으로나똥루카..

1F/2I. 슈넬치킨 랑데부

- ✓ 아래의 경우 -1 을 출력합니다.
 - 만약 상혁이와 선우의 맨해튼 거리가 홀수라면 만날 수 없습니다.
 - 또한 상혁이가 연병장의 가장자리에 갈 수 없을 수도 있습니다.
- ✓ 연병장의 모든 가장자리 칸에 대해 선우와 상혁이가 만나는 최소 시간을 계산할 수 있습니다.
- ✓ 각 가장자리 칸에 상혁이가 도착했 때 선우의 위치가 어디인지 확인합니다.
- ✓ 둘이 만나기 위해 필요한 최소 추가 시간을 계산합니다.
- ✓ 기존에 상혁이가 해당 가장자리 칸에 도착하기 위해 소요된 최소 시간에 더하는 방법을 사용할 수 있다.
- ✓ BFS를 이용해 구현할 수 있습니다. 시간 복잡도는 $\mathcal{O}(NM)$ 입니다.

1G/2J. K-지폐

dijkstra, dynamic_programming

출제진 의도 – **Hard**

- ✓ (Div.1) 제출 23번, 정답 2명 (정답률 8.696%)
- ✓ (Div.2) 제출 0번, 정답 0명 (정답률 0%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) **권도현**, 193분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) -, -분
- ✓ 출제자: 김현빈^{akim9905}

- ✓ 가중치의 합이 K 의 배수인 경로 중 최단 경로를 물어보고 있습니다.
- ✓ 다익스트라를 이용합니다.
- ✓ $d_{i,j} = S$ 번 도시 출발, i 번 도시까지 이용료 합의 나머지가 j 일 때 i 번 도시까지 최소비용
- ✓ 현재 도시 u 에서 다음 도시 v 로 이동하고자하고, 간선의 비용이 w 라고 합니다. 현재 u 에서의 나머지가 x 라면 다음 도시의 나머지는 $y = (x + w) \bmod K$ 입니다.
 - $d_{v,y} = \min(d_{u,x} + w)$
- ✓ 답은 $d_{T,0}$ 에 저장되어있을 것이고, 시간 복잡도는 $\mathcal{O}(MK \log NK)$ 입니다.

1H/2-. 기벡을 안배운다고?

math, number_theory, combinatorics

출제진 의도 – **Hard**

- ✓ (Div.1) 제출 57번, 정답 1명 (정답률 1.754%)
- ✓ (Div.2) 제출 -번, 정답 -명 (정답률 -%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) **권도현**, 216분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) -, -분
- ✓ 출제자: 김현빈^{akim9905}

1H/2-. 기벡을 안배운다고?

✓ $x_i x_j + y_i y_j = 0$ 을 만족하는 특수 케이스 먼저 고려합시다.

1. $v = (0, 0)$ 인 경우

- ▶ 영벡터는 누구랑 내적을 해도 내적값이 0입니다.
- ▶ 영벡터가 X 개 있다면 답에는 $\binom{X}{2} + X \times (N - X)$ 를 더해주고 생각합시다.

2. $u = (a, 0), v = (0, b)$ 인 경우

- ▶ 서로 내적하는 경우에만 내적 값이 0입니다.
- ▶ 각각 Y, Z 개 씩 있었다고 한다면 정답에 $Y \times Z$ 개를 더해줍니다.

1H/2-. 기벡을 안배운다고?

- ✓ 어느 값도 0이지 않으므로 양변을 적절히 변형해 $\frac{x_i}{y_i} = -\frac{y_j}{x_j}$ 꼴로 봅시다. 위 식의 의미는,
 - $u = (a, b)$ 인 벡터에 대해서 수직인 벡터는 $v = (-kb, ka)$ 꼴 뿐입니다.
 - 그럼 모든 벡터를 x 좌표와 y 좌표가 서로소인 형태로 관리하면 (a, b) 에 수직인 벡터는 $(-b, a)$ 혹은 $(b, -a)$ 뿐입니다.
- ✓ map등의 자료구조로 관리하면서 경우의 수를 세주면 됩니다.
- ✓ 시간 복잡도는 $\mathcal{O}(N \log N)$ 입니다.

11/2-. 재미억장과르르맨션

mst, greedy, tree, dynamic_programming

출제진 의도 – Hard

- ✓ (Div.1) 제출 5번, 정답 0명 (정답률 0%)
- ✓ (Div.2) 제출 -번, 정답 -명 (정답률 -%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) -, -분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) -, -분
- ✓ 출제자: 한상혁^{hsh8086}

- ✓ 길을 위험도가 작은 순으로 정렬합니다.
- ✓ 개미들이 여정에서 이용할 길들의 위험도 합을 최소화하는데는 MST를 이용할 수 있습니다.
- ✓ 이때 각각의 길을 연결하게 될 때, 해당 길의 정보를 저장하는 식으로 하되, 0번 개미굴을 한쪽 끝으로 하고 있는 길들의 경우 반대편 쪽 노드의 정보만 따로 저장해 놓습니다.

11/2-. 재미역장과르르맨션

- ✓ 이제 컴포넌트 별로 rerooting 테크닉을 이용하여 각 재미굴에서 출발해서 연결된 다른 모든 재미굴로 각각 이동할 때 소요되는 체력의 합을 구합니다.
- ✓ 0번 재미굴을 제외한 각 컴포넌트의 재미굴 중 0번 재미굴과 연결할 수 있는 재미굴들만 고려합니다.
- ✓ 각 컴포넌트 별로 소모할 체력의 합이 최소가 되는 재미굴 한 곳을 구합니다.
- ✓ 만약 이 과정에서 0번 재미굴과 연결할 수 없는 컴포넌트가 있다면 답은 -1 입니다.
- ✓ 해당 값을 모두 더한 후 0번 재미굴에서 각 컴포넌트로 이동하는데 소요되는 체력을 고려하여 n 을 더해준 값이 정답입니다.
- ✓ 시간 복잡도는 $\mathcal{O}(M \log M + N)$ 입니다.

1J/2-. 너의 집에 가까워졌어 너의 이름을 크게 불러봐도 너는 너무 멀어

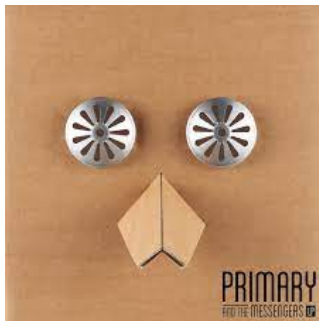
dfs, dynamic_programming, math, prefix_sum

출제진 의도 – **Challenging**

- ✓ (Div.1) 제출 4번, 정답 0명 (정답률 0%)
- ✓ (Div.2) 제출 -번, 정답 -명 (정답률 -%)
- ✓ 처음 푼 사람(Div.1) -, -분
- ✓ 처음 푼 사람(Div.2) -, -분
- ✓ 출제자: 김현빈^{akim9905}

1J/2-. 너의 집에 가까워졌어 너의 이름을 크게 불러봐도 너는 너무 멀어

- ✓ 프라이머리 정규 1집의 수록곡 <멀어(feat.beenzino)-프라이머리>의 가사입니다.
- ✓ 명반입니다.



1J/2-. 너의 집에 가까워졌어 너의 이름을 크게 불러봐도 너는 너무 멀어

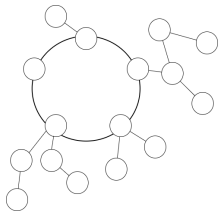
- ✓ Naive하게 간선을 지우고 dfs를 시행하면 $\mathcal{O}(N^2)$ 이므로, TLE를 받습니다.
- ✓ 작은 문제로 나눠봅시다.
 1. 어떤 트리에서 거리의 총합 $\sum_{u < v} d(u, v)$ 를 구하는 문제
 2. 사이클 상에서 끊어야하는 간선을 결정하는 문제

1J/2-. 너의 집에 가까워졌어 너의 이름을 크게 불러봐도 너는 너무 멀어

- ✓ 어떤 트리 T 의 총 거리 합은 각 간선이 쓰인 횟수의 합입니다.
- ✓ 사이클에 포함되지 않는 간선들은 어느 간선이 지워지든 일정한 횟수만큼 쓰입니다.
- ✓ 사이클에 포함되지 않는 간선들만 가지고 아래의 값을 계산합니다.
- ✓ $s(u)$ = " u 가 루트인 서브트리에 포함된 정점의 개수"라고 하면,
- ✓ $\sum d(u, v) = \sum s(u) \times (N - s(u))$ 입니다.

1J/2-. 너의 집에 가까워졌어 너의 이름을 크게 불러봐도 너는 너무 멀어

- ✓ 사이클에 포함된 원소의 집합을 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_K\}$ 라고 합시다.
- ✓ 문제의 그래프는 c_i 가 루트인 트리들이 원을 이루며 두르고 있는 모습입니다.
- ✓ 각 c_i 가 루트이고, 사이클의 정점을 포함하지 않는 서브트리의 크기를 a_i 라고 하겠습니다. 아래 그림을 예로 들면 $a = [1, 2, 5, 3, 5]$ 입니다.



1J/2-. 너의 집에 가까워졌어 너의 이름을 크게 불러봐도 너는 너무 멀어

- ✓ 이제 c_{i-1} 번과 c_i 번의 연결을 끊었을 때 나머지 $K - 1$ 개의 간선이 총 몇번 더해지는 지를 계산해봅시다.
- ✓ 예를 들어 $K = 5$ 이고, c_2 와 c_3 사이의 연결을 끊었다고 하면 총 추가되는 거리는 다음과 같습니다.
 - c_3 과 c_4 를 잇는 간선은 $a_3 \times (a_4 + a_5 + a_1 + a_2)$ 번,
 - c_4 과 c_5 를 잇는 간선은 $(a_3 + a_4) \times (a_5 + a_1 + a_2)$ 번,
 - c_5 과 c_1 를 잇는 간선은 $(a_3 + a_4 + a_5) \times (a_1 + a_2)$ 번,
 - c_1 과 c_2 를 잇는 간선은 $(a_3 + a_4 + a_5 + a_1) \times a_2$ 번 더해집니다.
 - 정리하면 $\sum_{j=1}^{K-1} (a_i + \dots + a_{(i+j-1) \bmod K}) \times (a_{(i+j) \bmod K} + \dots + a_{i-1})$ 입니다.

1J/2-. 너의 집에 가까워졌어 너의 이름을 크게 불러봐도 너는 너무 멀어

- ✓ 길이가 $2K$ 인 배열 $B = [a_1, \dots, a_K, a_1, \dots, a_K]$ 를 정의하겠습니다.
- ✓ 위 값은 $\sum_{j=1}^{K-1} (b_i + \dots + b_{i+j-1}) \times (b_{i+j} + \dots + b_{i+K-1})$ 로 표현됩니다.
- ✓ 이제 누적합을 이용해 빠르게 계산할 수 있습니다.

1J/2-. 너의 집에 가까워졌어 너의 이름을 크게 불러봐도 너는 너무 멀어

✓ 누적합 세 개를 정의합니다.

$$- p_i = \sum_{j=1}^i b_j, q_i = \sum_{j=1}^i p_j, Q_i = \sum_{j=1}^i p_j^2$$

✓ $S_i = "$ c_{i-1} 번과 c_i 번 정점 사이의 연결을 끊었을 때 거리 합" 이라고 정의하고 싶습니다.

1J/2-. 너의 집에 가까워졌어 너의 이름을 크게 불러봐도 너는 너무 멀어

✓ 식 정리를 한번 해볼까요?

$$\begin{aligned}
 S_i &= \sum_{j=1}^{K-1} (b_i + b_{i+1} + \cdots + b_{i+j-1}) \times (b_{i+j} + b_{i+j+1} + \cdots + b_{K+i-1}) \\
 &= \sum_{j=1}^{K-1} (p_{i+j-1} - p_{i-1})(p_{K+i-1} - p_{i+j-1}) \\
 &= \sum_{j=1}^{K-1} \{ -(p_{i+j-1})^2 + (p_{i-1} + p_{K+i-1})p_{i+j-1} - p_{i-1}p_{K+i-1} \}
 \end{aligned}$$

1J/2-. 너의 집에 가까워졌어 너의 이름을 크게 불러봐도 너는 너무 멀어

✓ 조금만 힘내봐여

$$\begin{aligned}
 &= - \sum_{j=1}^{K-1} (p_{i+j-1})^2 + (p_{i-1} + p_{K+i-1}) \sum_{j=1}^{K-1} p_{i+j-1} - (K-1)p_{i-1}p_{K+i-1} \\
 &= -(Q_{i+K-2} - Q_{i-1}) + (p_{i-1} + p_{K+i-1})(q_{i+K-2} - q_{i-1}) - (K-1)p_{i-1}p_{K+i-1}
 \end{aligned}$$

- ✓ 이로써 우리는 S_i 를 $\mathcal{O}(1)$ 에 계산할 수 있게 되었습니다.
- ✓ 시간 복잡도는 $\mathcal{O}(N)$ 입니다.
- ✓ FFT를 이용해 $\mathcal{O}(N \log N)$ 에 해결할 수도 있습니다.